

リーマン予想が証明不能であることへの 推測

T.Nakashima

概要

リーマン予想とは ("Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grosse" B.Riemann) にて扱われたいくつかの予想のうち現在まで、170年間未解決であった最後の予想である。その主張するところはリーマンゼータ関数の非自明なゼロ点の実部は $1/2$ である。というものである。非常に難解で有名なこの予想は歴史的に多くの数学者の挑戦を拒み続けてきた。この論文ではまず一つの証明の失敗からさらにメビウス関数に関するリーマン予想と同値な命題の独立性（証明不可能性）の推測をする。まずメビウス関数に関する非自明な結果（定理1）を示す。定理2では証明の失敗に関して書き記す。その後予想1でリーマン予想が証明不可能（独立）ではないかという予想を述べる。さらに証明不可能性についてその正当性の根拠として定理3を文献から引用しある奇妙な事情について考察する。

1

リーマン予想と同値な命題を扱う。リーマン予想を $R.H$ とあらわす。 $\mu(n)$ はメビウス関数のことである。

次の定理はよく知られている。

定理 .

$$\sum_{n=1}^m \mu(n) = O(m^{\frac{1}{2}+\epsilon}) \Leftrightarrow R.H$$

本論文ではこの左側の等式を扱う。

参考文献

- [1] “Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grosse”, B. Riemann, Monatsberichte der Berliner Akademie. In Gesammelte Werke, Teubner, Leipzig (1892)
- [2] I Kaczorowski and Pintz, Oscillatory properties of arithmetical functions. Acta Math. Hungar. 48 (1986)173-185
- [3] ”The convergence of Euler products”, de Branges, Louis, Journal of Functional Analysis 107 (1)(1992)122-210
- [4] ”Trace formula in noncommutative geometry and the zeros of the Riemann zeta function”, Connes, Alain, Selecta Mathematica. New Series 5 (1)(1999)29-106
- [5] ”Noncommutative geometry and the Riemann zeta function”, Connes, Alain, Mathematics: frontiers and perspectives, Providence, R.I.: American Mathematical Society, (2000)35–54
- [6] ”More than two fifths of the zeros of the Riemann zeta function are on the critical line”, Conrey, J. B., J. Reine angew. Math. 399(1989)1-16
- [7] ”The Riemann Hypothesis” Conrey, J. Brian, Notices of the American Mathematical Society(2003)341-353
- [8] ”A note on some positivity conditions related to zeta and L-functions”, Conrey, J. B.; Li, Xian-Jin , International Mathematics Research Notices 2000 (18)(2000)929-940
- [9] ”Birds and frogs”, Dyson, Freeman, Notices of the American Mathematical Society 56 (2)(2009)212-223
- [10] ”Sur les Zéros de la Fonction $\zeta(s)$ de Riemann”, Hardy, G. H., C. R. Acad. Sci. Paris 158(1914) 1012-1014
- [11] ”The zeros of Riemann’s zeta-function on the critical line”, Hardy, G. H.; Littlewood, J. E., Math. Z. 10 (3-4)(1921)283-317

- [12] "The Riemann hypothesis", Littlewood, J. E., The scientist speculates: an anthology of partly baked ideas, New York: Basic books(1962)
- [13] "The pair correlation of zeros of the zeta function", Montgomery, Hugh L., Analytic number theory, Proc. Sympos. Pure Math., XXIV, Providence, R.I.: American Mathematical Society(1973)181-193
- [14] "Zeros of approximations to the zeta function", Montgomery, Hugh L., in Erdős, Paul, Studies in pure mathematics. To the memory of Paul Turán, Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser(1983)497-506
- [15] "Problems of the Millennium: The Riemann Hypothesis", Sarnak, Peter, in Borwein, Peter; Choi, Stephen; Rooney, Brendan et al. (PDF)(2008)
- [16] 「リーマン予想を解こう～新ゼータと因数分解からのアプローチ～」黒川信重、技術評論社 (2014)