コンウェイの問題の肯定的解決

T.Nakashima E-mail address tainakashima@mbr.nifty.com

September 6, 2017

1

コンウェイの問題とは1からnまでの数字のカードを混ぜ上からめくってその数だけ上から反対に並べまた1番上をめくりその数だけ反対に並べとやっていくといずれは1に行き着き、その最大回数は何回かというものである。

Theorem 1.1. コンウェイの問題のうちいずれは 1 に行くこと。

proof. 帰納法を使う。n+1 枚の場合から操作によってn 枚でn+1を含み一か所 (kとする。) かけている場合。次の仮定が成り立つとする。

「上からn 枚とると、1 もしくはn+1 までコンウェイの問題の操作によってたどり着く。」このとき暗黙の内にかけているk を 1 またはn+1 のどちらか一方として考える。

n+1枚でn+1番目がn+1の時は1からnの場合に含まれる。計算はここでは今は0ない。

n+1枚でn+1番目がn+1でない時。帰納法が使えて

「1もしくはn+1までコンウェイの問題の操作によってたどり着く。」としてよい。

ここでn+1はnよりもおおきいが問題はない。この場合も次の操作でn+1番目がn+1になるので1からnの場合に含まれる。

この問題はおそらくは計算できる人が計算して書き残したものなのでしょう。インターネットでちらっと見ただけでもこの問題を満たす数字を計算する速いプログラムはある。つまりその部分はやる必要がない。ある意味解けている。