コラッツ予想～肯定的解決～

tai

June 16, 2017

1

この論文ではコラッツ予想という未解決の問題を完全に証明する。
コラッツ予想

$$\begin{cases} \text{n が偶数} & \Rightarrow \text{2 でわる} \\ \text{n が奇数} & \Rightarrow \text{3 倍して 1 を足す} \end{cases}$$

この操作を繰り返すといずれは 1 へ行く。

次の定理はこの証明に含まれる。

定理 1.1. *(コラッツ予想の半分の証明)* 自明な場合を除き、コラッツ数列のある数は同じ数に行くことはない。

定理 1.2. コラッツ予想は正しい。

証明. $2n+1$ という数字を含む数列があるとする。

$$2n+1 \to 6n+4 \to 3n+2$$

n が奇数だったとすると

$$3n+2 \to 6n_2+5 \to 18n_2+16 \to 9n_2+8$$

さらに適当に選ぶことになるのだが n_2 が奇数の場合

$$18n_3+17 \to 54n_3+52 \to 27n_3+26$$

n_3 が偶数の場合（0 の場合を含む）

$$54n_4 + 26 \to 27n_4 + 13$$

次にに n_3 が奇数の場合

$$54n_5 + 40 \to 27n_5 + 20$$

最後に n_4 が奇数の場合

$$54n_6 + 47$$

ここで最終項が数字の 47 であったとする。そうすると

$$55 \to 166 \to 83 \to 250 \to 125 \to 376 \to 188 \to 94 \to 47$$

ここで n は 27 である。無限に長く 1 に行かない列を取ると最後のほうの途中の項からさかのぼって n が大きな数字を取るようにできる。それで充分でない場合は少し前に戻りさらに大きな n を取るような列が取れる。さらにこれでも十分でない場合最後のほうの項を新たに取り直し初項までさかのぼる。初項は有限のある値であるからこの作業はいつか終わる。列が減少する傾向にあることが分かる。この傾向はすべての数列は 1 にいくことを示す。コラッツ予想は正しい。 $\square$