リーマン予想〜肯定的解決〜
解読編

T.Nakashima
E-mail address
tainakashima@mbr.nifty.com

August 26, 2016

1

この手稿は論文「リーマン予想〜肯定的解決〜」の解説のため書き下ろしたものである。
まずは用語の説明から始める。$\mu(n)$ はメビウス関数と呼ばれるもので次で定義される。

定義 1.1 (メビウス関数) メビウス関数 $\mu(n)$ とは次のようなものである。

$$\mu(n) = \begin{cases} 1 & n \text{ が異なる素数の偶数個の積} \\ -1 & n \text{ が異なる素数の奇数個の積} \\ 0 & n \text{ が同じ素数の 2 乗を素因数として含むとき} \end{cases}$$

つぎに、多くの質問が来ていた次の記号。O と o。それぞれランダウのラージオー記号同じくランダウのスモールオー記号 (これは間違っています) といいます。
ラージオーから説明します。

$$\sum_{n \leq m} \mu(n) = O(m^{\frac{1}{2}} \log(m))$$

では大きな m に対し、右辺の定数倍以下に左辺が抑えられることを意味します。つまり
ある m_0 を取ると $m > m_0$ で $|\sum_{n\leq m}\mu(n)| < K|m^{\frac{1}{2}}\log(m)|$ が成り立つ定数 K が全ての $m > m_0$ に対して共通に取れる。ということ。これがランダウのラージオーです。
つぎに [] について

$$\sum_{n\leq m}\mu(n)\left[\frac{m}{n}\right]=1$$

$[1.5]=1,[150.2]=150$ のようにその実数を超えない最大の自然数を返します。これは有名（だとおもっていたのですが）なガウス記号というやつです。

次に内容について
定理 1.1 のリーマン予想との関連については英語版に載せました
http://vixra.org/abs/1403.0184
3 ページの上の方の「実数に拡大して良いので」と定理 1.2 の厳密な証明についてはこちらを
http://vixra.org/abs/1503.0005
以上です。何か気づいたら載せて行きます。

３ページ目
「違う m では $\sqrt{m}$ からいくつか進むとこの関数は符号を変える」
について

$$\sum_{n\leq\alpha_m}\mu(n)\left[\frac{m}{n}\right]\approx\sum_{n\leq\alpha_m}\mu(n)\frac{m}{n}$$

$$\sum_{n\leq N}\mu(n)\frac{m}{n}$$

は N を動かすとおよび $\sum_{n\leq m}\mu(n)$ が無限に符号を変える関数なのは有名であることにより $\sum_{n\leq N}\mu(n)\frac{\sqrt{m}}{n}$ も符合を変える (N に対して)。これによりさらに $\sum_{n\leq N}\mu(n)[\frac{m}{n}]$ も符号を変える。
$|\sum_{n\leq\sqrt{m}}\mu(n)|\leq 2m^{\frac{1}{4}}\log(m^{\frac{1}{2}})$ が証明を厳密に見るとわかる。
$\sum_{n\leq\sqrt{m}}\mu(n)\frac{\sqrt{m}}{n}=O(m^{\frac{1}{4}}log(m^{\frac{1}{2}}))$ であり、本論で述べた通り $\sqrt{m}$ から少し進むと（$m=100000^2$ ぐらいならば $m^{\frac{1}{4}}\log(100000)\approx 316\times 5\log(10)$ の定数倍で）符号を変える。

さらに

$$\sum_{n\le\sqrt{m}}\mu(n)\left[\frac{m}{n}\right]$$

と

$$\sum_{n\le\sqrt{m}}\mu(n)\frac{m}{n}$$

の違いは $\sqrt{m}$ よりも少ない。
この注意はまだ書きかけです。完成されていないのでそのつもりで読んでください。